CALCULUL CIRCULAŢIEI DE CURENŢI ÎN RE

Pentru a cunoaşte complet starea unui sistem/rețele este necesară cunoaşterea valorilor mărimilor electrice - tensiuni, curenți, puteri – în toate laturile şi nodurile sistemului,

Pentru rezolvarea acestei probleme este necesară determinarea relațiilor de legătură dintre mărimile electrice specifice laturilor şi mărimile electrice specifice unor sisteme de coordonate la nivel de sistem: ex. noduri, circuite, secționări. Matricele care caracterizează sistemul față de aceste sisteme de coordonate se numesc *matrice de sistem*.

Ecuațiile de material şi ecuațiile topologice ale unui sistem/RE formează un sistem complet de ecuații, din care se pot determina mărimile de stare când sunt cunoscute caracteristicile de material. Dacă sistemul/rețeaua este compus din elemente liniare, relațiile dintre mărimile electrice sub formă de curenți sunt <u>liniare</u>, iar cele sub formă de puteri sunt <u>neliniare</u>.

Rezolvarea sistemului de ecuații se poate face aplicând una dintre metodele directe (metoda tensiunilor în noduri, metoda curenților ciclici, metoda perechilor de noduri) sau iterative (Gauss-Seidel, Newton-Raphson etc.)

Metoda tensiunilor în noduri

Date de intrare

- curenți în noduri
- t.e.m. pe laturi
- configurația sistem/RE
- parametri componente

Date de ieşire

- curenți pe laturi
- tensiuni în noduri

Conform ***ecuațiilor de funcționare ale RE***

$$[\mathbf{U}_n]=[\mathbf{Y}_n]^{-1}[\mathbf{I}_n]-[\mathbf{Y}_n]^{-1}[\mathbf{A}][\mathbf{Y}_l][\mathbf{E}_l] \tag{1}$$

Moduri de reprezentare a sistemului în metoda tensiunilor nodale

În funcție de mărimile care se cunosc, de mărimile şi nodurile ce urmează a fi determinate şi de complexitatea calculului acelaşi sistem se poate reprezenta în mai multe moduri: cu curenți în noduri (2) sau cu tensiuni pe laturi (3).

$$[\mathbf{U}_n]=[\mathbf{Y}_n]^{-1}[\mathbf{I}_n] \tag{2}$$

$$[\mathbf{U}_n]=-[\mathbf{Y}_n]^{-1}[\mathbf{A}][\mathbf{Y}_l][\mathbf{E}_l] \tag{3}$$

Puteri active şi reactive la bornele sistemelor complexe

Conform relației (2), curentul injectat în sistem, la bornele acestuia se exprimă:

$$[\mathbf{I}_n] = [\mathbf{Y}_n][\mathbf{U}_n] \tag{4}$$

respectiv la o bornă oarecare *i:*

$$\underline{I}_i = \sum_k \underline{Y}_{ik} \underline{U}_k \tag{5}$$

Puterea aparentă injectată în sistem pe la bornele *i* va fi egală cu:

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \underline{I}_i^* = \underline{U}_i \left(\sum_k \underline{Y}_{ik}^* \underline{U}_k^* \right) = \sum_k \underline{U}_i \underline{Y}_{ik}^* \underline{U}_k^* \tag{6}$$

$$\underline{U}_i = U_i e^{j\delta_i}; \underline{U}_k = U_k e^{j\delta_k}; \underline{Y}_{ik} = Y_{ik} e^{j\theta_{ik}}$$

$$\Rightarrow \underline{S}_i = \sum_k Y_{ik} U_i U_k \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) + j \sum_k Y_{ik} U_i U_k \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) = P_i + jQ_i \tag{7}$$

Metode directe de rezolvare a calculului circulației de curenți în RE – metoda eliminărilor Gauss

Se consideră un sistem/RE cu n noduri:

$$\begin{cases} \underline{Y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2 + \ldots + \underline{Y}_{1n}\underline{U}_n = \underline{I}_1 & (8.1) \\ \vdots & \vdots \\ \underline{Y}_{n1}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{n2}\underline{U}_2 + \ldots + \underline{Y}_{nn}\underline{U}_n = \underline{I}_n & (8.n) \end{cases}$$

Eliminarea Gauss constă în reducerea sistemului de n ecuații cu n necunoscute, la un sistem cu n-1 ecuații cu n-1 necunoscute ş.a.m.d. Din ecuația finală rezultă o valoare pentru necunoscuta corespunzătoare, care este înlocuită înapoi în setul de ecuații redus pentru determinarea celorlalte necunoscute (eliminare inversă).

Eliminarea directă începe cu selectarea unei ecuații şi eliminarea unei necunoscute al cărei coeficient se numeşte pivot.

Pas 1:

- ec. (8.1); pivot $\underline{Y}_{11} \Rightarrow$

$$\underline{U}_1 + \frac{\underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{11}}\underline{U}_2 + \ldots + \frac{\underline{Y}_{1n}}{\underline{Y}_{11}}\underline{U}_n = \frac{1}{\underline{Y}_{11}}\underline{I}_1 \tag{9}$$

- (9)$\times \underline{Y}_{21}, \underline{Y}_{31}, \ldots, \underline{Y}_{n1}$ şi se scade rezultatul respectiv din $(8.2), \ldots, (8.n); \Rightarrow$

$$\begin{cases} \left(\underline{Y}_{22} - \frac{\underline{Y}_{21} \cdot \underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{11}} \right) \cdot \underline{U}_2 + \left(\underline{Y}_{23} - \frac{\underline{Y}_{21} \cdot \underline{Y}_{13}}{\underline{Y}_{11}} \right) \cdot \underline{U}_3 + \ldots + \left(\underline{Y}_{2n} - \frac{\underline{Y}_{21} \cdot \underline{Y}_{1n}}{\underline{Y}_{11}} \right) \cdot \underline{U}_n = \underline{I}_2 - \frac{\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}_{11}} \cdot \underline{I}_1 \\ \vdots \\ \left(\underline{Y}_{n2} - \frac{\underline{Y}_{n1} \cdot \underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{11}} \right) \cdot \underline{U}_2 + \left(\underline{Y}_{n3} - \frac{\underline{Y}_{n1} \cdot \underline{Y}_{13}}{\underline{Y}_{11}} \right) \cdot \underline{U}_3 + \ldots + \left(\underline{Y}_{nn} - \frac{\underline{Y}_{n1} \cdot \underline{Y}_{1n}}{\underline{Y}_{11}} \right) \cdot \underline{U}_n = \underline{I}_4 - \frac{\underline{Y}_{n1}}{\underline{Y}_{11}} \cdot \underline{I}_1 \end{cases} \tag{10}$$

sau:

$$\begin{cases} \underline{V}_1 + \dfrac{\underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{11}}\underline{U}_2 + \ldots + \dfrac{\underline{Y}_{1n}}{\underline{Y}_{11}}\underline{U}_n = \dfrac{1}{\underline{Y}_{11}}\underline{I}_1 & (11.1) \\ \vdots & \vdots \\ \underline{Y}_{n2}^{(1)}\underline{U}_2 + \ldots + \underline{Y}_{nn}^{(1)}\underline{U}_n = \underline{I}_n^{(1)} & (11.n) \end{cases}$$

unde:

$$\begin{cases} \underline{Y}_{jk}^{(1)} = \underline{Y}_{jk} - \dfrac{\underline{Y}_{j1} \cdot \underline{Y}_{1k}}{\underline{Y}_{11}} & j,k \neq 1 \\ \underline{I}_j^{(1)} = \underline{I}_j - \dfrac{\underline{Y}_{j1}}{\underline{Y}_{11}} \cdot \underline{I}_1 & j \neq 1 \end{cases}$$

Ecuațiile $(11.2)\ldots(11.n)$ pot fi rezolvate pentru $\underline{U}_2 \ldots \underline{U}_n$. Coeficienții formează o matrice redusă $(n-1)\times(n-1)$ care poate fi interpretată ca reprezentând o rețea echivalentă cu nodul 1 absent. $\underline{U}_2 \ldots \underline{U}_n$ au aceleaşi valori ca în sistemul inițial, iar injecția de sarcină în nodul 1 este luată în considerare prin $\underline{I}_j^{(1)}$.

Pas 2:

- se elimină variabila $\underline{U}_2$.
- se divide ecuația (3.4.2) prin pivotul $\underline{Y}_{22}^{(1)} \Rightarrow$

$$\underline{U}_2 + \frac{\underline{Y}_{23}^{(1)}}{\underline{Y}_{22}^{(1)}}\underline{U}_3 + \ldots + \frac{\underline{Y}_{2n}^{(1)}}{\underline{Y}_{22}^{(1)}}\underline{U}_n = \frac{1}{\underline{Y}_2^{(1)}}\underline{I}_2^{(1)} \qquad (12)$$

- se multiplică ecuația (12) cu $\underline{Y}_{32}^{(1)},\ldots,\underline{Y}_{n2}^{(1)}$ şi se scad din ecuațiile (11.3)…(11.n).

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{U}_2 + \dfrac{\underline{Y}_{23}^{(1)}}{\underline{Y}_{22}^{(1)}}\underline{U}_3 + \ldots + \dfrac{\underline{Y}_{2n}^{(1)}}{\underline{Y}_{22}^{(1)}}\underline{U}_n = \dfrac{1}{\underline{Y}_{22}^{(1)}}\underline{I}_2^{(1)} & (13.1) \\ \vdots & \vdots \\ \underline{Y}_{n3}^{(2)}\underline{U}_3 + \ldots + \underline{Y}_{nn}^{(2)}\underline{U}_n = \underline{I}_n^{(2)} & (13.n) \end{cases}$$

unde:

$$\begin{cases} \underline{Y}_{jk}^{(2)} = \underline{Y}_{jk}^{(1)} - \dfrac{\underline{Y}_{j2}^{(1)} \cdot \underline{Y}_{2k}^{(1)}}{\underline{Y}_{22}^{(1)}} & j,k = 3\ldots n \\ \underline{I}_{j}^{(2)} = \underline{I}_{j}^{(1)} - \dfrac{\underline{Y}_{j2}^{(1)}}{\underline{Y}_{22}^{(1)}} \cdot \underline{I}_{2}^{(1)} & j = 3\ldots n \end{cases}$$

Pas n:

- determinarea lui $\underline{U}_n$.

$$\underline{U}_n = \frac{1}{\underline{Y}_{nn}^{(n-1)}} \underline{I}_n^{(n-1)} \tag{14}$$

Valoarea lui $\underline{U}_n$ se înlocuieşte în ecuația eliminării anterioare $\Rightarrow \underline{U}_{n-1}$ ş.a.m.d.